

Dichtebestimmung für feste und flüssige Körper

Praktikumsversuch am 20.10.2010

Gruppe: 3

Thomas Himmelbauer
Daniel Weiss

Abgegeben am: 27.10.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Vorbemerkung zur Fehlerrechnung	3
3	Dichtebestimmung mit hydrostatischer Waage	4
3.1	Versuchsaufbau	4
3.2	Versuchsdurchführung	4
4	Gewichtsbestimmung mit analytischer Balkenwaage	6
4.1	Versuchsaufbau	6
4.2	Versuchsdurchführung	6
4.2.1	Nullpunktsbestimmung	6
4.2.2	Empfindlichkeitsbestimmung	7
4.2.3	Wägung des Probekörpers	7
5	Elektronische Analysewaage	8
5.1	Dichtebestimmung eines Probekörpers mittels elektronischer Analysewaage	8
5.2	Dichtebestimmung einer Probeflüssigkeit mittels elektronischer Analysewaage	8
A	Messergebnisse	10
A.1	Analytische Balkenwaage	10
A.1.1	Nullpunktsbestimmung	10
A.1.2	Bestimmung der Empfindlichkeit	12
A.1.3	Masse des Probekörpers	13
A.2	Mohrsche Waage	14
A.3	Pyknometer	15
B	Fehlerrechnung	16
B.1	hydrostatische Waage	16
B.2	analytische Balkenwaage	16
B.2.1	Nullpunktsbestimmung	16
B.2.2	Empfindlichkeit	17
B.2.3	Masse des Probekörpers	18
B.3	elektronische Analysewaage	18

1 Einleitung

Bei diesen Versuchen werden die Dichte einer Probeflüssigkeit sowie eines Probekörpers mit Hilfe verschiedener Messmethoden bestimmt. Zum Einsatz kommen dabei eine hydrostatische (Mohrsche) Waage, eine analytische Balkenwaage, eine elektronische Analysewaage und ein Pyknometer.

Die Dichte wird über die Messung des Gewichts der Proben, beziehungsweise des Auftriebs bestimmt.

2 Vorbemerkung zur Fehlerrechnung

Die bei diesem Versuch auftretenden systematischen Fehler können aufgrund fehlender Angaben, wie zum Beispiel der Anleitungen der Messgeräte, nicht genau beziffert werden. Sie sollen dennoch kurz betrachtet werden. Bei der analytischen Balkenwaage weisen beide Waagbalken eine leicht unterschiedliche Länge auf, was in einem Messfehler resultiert. Auch die Ableseskalen können einen konstant zu großen oder kleinen Wert anzeigen. Die verwendeten Messgewichte weichen von dem exakten Wert ab und müssen individuell korrigiert werden. Solch eine Korrekturtabelle wird bei diesem Versuch nicht berücksichtigt.

Die ersten beiden Fehler treten auch bei der Mohrschen Waage auf. Bei Wägungen des Pyknometers sind die systematischen Fehler der elektrischen Analysewaage zu berücksichtigen, die allerdings nicht im Handbuch angegeben sind.

Die berücksichtigbaren Fehler sind demnach rein statistischer Natur.

3 Dichtebestimmung mit hydrostatischer Waage

3.1 Versuchsaufbau

Die Dichte der *Probe*flüssigkeit 2 soll mit Hilfe einer Mohrschen Waage (Abb. 1) bestimmt werden. Die Waage besteht aus einem drehbar gelagerten Balken, dessen Auslenkung auf

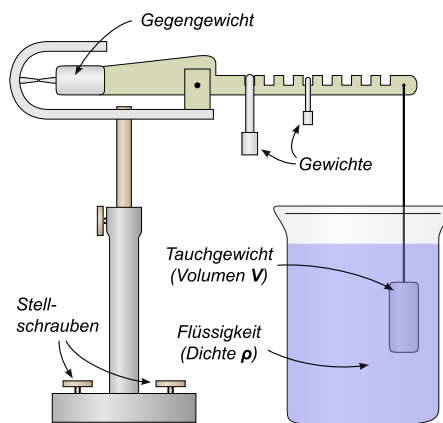


Abbildung 1: Versuchsaufbau der Mohrschen Waage [AM09]

einer Seite an einer Skala abgelesen werden kann. Auf der gegenüberliegenden Seite befindet sich ein fest angebrachter Tauchkörper mit eingebautem Thermometer. Mit den Stellschrauben wird die Waage horizontal ausgerichtet. Durch Justieren des Gegengewichts wird der Balken in Neutralstellung gebracht.

3.2 Versuchsdurchführung

Der Tauchkörper wird zunächst in eine Referenzflüssigkeit bekannter Dichte, in diesem Fall destilliertes Wasser, eingebracht. Dabei ist der Körper vollständig eingetaucht. Durch den resultierenden Auftrieb ist das Gleichgewicht der Waage gestört. Um die Gleichgewichtslage wiederherzustellen, werden Ausgleichsgewichte in festen Abständen zum Drehpunkt eingehängt. Die Drehmomente der Ausgleichsgewichte entsprechen dem Drehmoment der Auftriebskraft. Daraus lässt sich das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit bestimmen (archimedisches Prinzip).

Derselbe Vorgang wird mit der *Proben*flüssigkeit 2 wiederholt. So kann das Gewicht der verdrängten Probenflüssigkeit festgestellt werden.

Aus dem Vergleich der beiden Massen lässt sich die Dichte der Probenflüssigkeit ρ_p bei

bekannter Dichte des destillierten Wassers ρ_d mit Hilfe der Formel 1 berechnen. Bei beiden Flüssigkeiten wird dasselbe Volumen verdrängt.

$$\begin{aligned} \frac{m_d}{m_p} &= \frac{\rho_d V}{\rho_p V} = \frac{\rho_d}{\rho_p} \\ \Rightarrow \rho_p &= \frac{m_p}{m_d} \rho_d \end{aligned} \quad (1)$$

Die Summe aller durch die Ausgleichsgewichte wirkenden Drehmomente M_i entspricht betragsmäßig dem durch die Auftriebskraft verursachten Drehmoment.

$$\sum_i \|\vec{M}_i\|_2 = m_d g \cdot 10ME \quad (2)$$

ME entspricht dabei einer Maßeinheit - Abstand zwischen zwei Rasterpunkten, an denen die Ausgleichsgewichte eingehängt werden.

Aus den Messergebnissen für die Messung mit destilliertem Wasser (Tab. 9) ergibt sich eine Masse des verdrängten Volumens von

$$m_d = \frac{(2ME \cdot 5,0g + 4ME \cdot 0,5g + 6ME \cdot 6,0g)g}{10ME \cdot g} = 4,8g \quad (3)$$

Die Masse des verdrängten Volumens der Probenflüssigkeit (Tab. 10) kann mit derselben Formel berechnet werden.

$$m_p = \frac{(2ME \cdot 1,5g + 3ME \cdot 5,0g + 4ME \cdot 1,0g + 5ME \cdot 5,0g)g}{10ME \cdot g} = 4,7g \quad (4)$$

Aus der Versuchsanleitung wird für die Dichte destillierten Wassers bei $T = 23^\circ\text{C}$ ein Wert von $\rho_d = 0,99754 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ entnommen [HS93]. Mit Formel 1 kann die Dichte der Probenflüssigkeit berechnet werden.

$$\rho_p = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (5)$$

4 Gewichtsbestimmung mit analytischer Balkenwaage

4.1 Versuchsaufbau

Die analytische Balkenwaage besteht aus einem mittig drehbar gelagerten Balken an dem an beiden Enden jeweils eine Waagschale befestigt ist. In der Mitte befindet sich ein in rechtem Winkel zum Balken angebrachter Stab, der als Zeiger dient. An einer Skala kann über den Zeigerausschlag die Auslenkung der Waage von der Mittelstellung abgelesen werden.

Es wirken drei Drehmomente bezüglich des Aufhängepunktes des Balkens. Zwei an beiden Enden des Balkens, bedingt durch die Gewichte auf den beiden Waagschalen. Ein drittes Drehmoment wird durch den ausgelenkten Zeiger verursacht.

4.2 Versuchsdurchführung

4.2.1 Nullpunktsbestimmung

Der Nullpunkt ist der Punkt auf der Skala, auf den der Zeiger zeigt, wenn die Summe aller Drehmomente 0 ist und sich die Waage in Ruhe befindet. Dieser Punkt kann von dem Skalennullpunkt abweichen, sodass er vor der Messung bestimmt werden muss. Dazu wird die Arretierung der Waage gelöst und die Amplituden der sich einstellenden Schwingung gemessen. Aus diesen kann durch Mittelwertbildung der Nullpunkt bestimmt werden.

Die Messergebnisse der drei Messungen (Tab. 1) ergeben als Nullpunkt (Gl. 23):

$$\overline{A_1} = -1,0\text{mm} \quad (6)$$

Bei Belastung durch gleiche Massen auf beiden Waagschalen verschiebt sich der Nullpunkt. Es wurden zwei weitere Messungen bei 2g Belastung (Tab. 2) beider Waagschalen und bei 20g Belastung (Tab. 3) durchgeführt. Daraus ergeben sich folgende Nullpunkte (Gl. 24,25):

$$\overline{A_2} = -4,6\text{mm} \quad (7)$$

$$\overline{A_3} = -4,6\text{mm} \quad (8)$$

wobei A_2 für die Messung bei 2g Belastung steht und A_3 für 20g.

4.2.2 Empfindlichkeitsbestimmung

Die Empfindlichkeit ϵ der Waage wird durch Verschieben des Reiters und anschließende Messung des neuen Nullpunktes B_0 bestimmt. Sei A_0 der Nullpunkt aus der Nullpunktbestimmung, m die Masse des Reiters und n die Position (als Bruchteil bezüglich der Gesamtlänge eines Balkens) des Reiters auf der Reiterskala, dann ist die Empfindlichkeit nach der Formel aus der Anleitung [HS93]:

$$\epsilon = \frac{B_0 - A_0}{nm_R} \quad (9)$$

Dabei entspricht m_R der Masse des Reiters. Diese Messung wird ohne Belastung, mit 2g Belastung auf beiden Waagschalen und mit 20g Belastung durchgeführt. Bei jeder Belastungsänderung wird der Nullpunkt (ohne aufgelegten Reiter) neu bestimmt. Es ergeben sich für die drei Messreihen (Tab. 4,5,6) folgende Empfindlichkeiten:

$$0\text{g} : \epsilon_1 = \frac{3,7\text{mm}+1,0\text{mm}}{0,2 \cdot 10\text{mg}} = 2,4 \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (10)$$

$$2\text{g} : \epsilon_2 = \frac{6,5\text{mm}+4,6\text{mm}}{0,2 \cdot 10\text{mg}} = 5,6 \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (11)$$

$$20\text{g} : \epsilon_3 = \frac{5,9\text{mm}+4,6\text{mm}}{0,2 \cdot 10\text{mg}} = 5,3 \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (12)$$

4.2.3 Wägung des Probekörpers

Es werden zwei Messreihen durchgeführt. Einmal mit dem Probekörper auf der linken Waagschale; ein anderes Mal auf der Rechten. Dadurch wird für leicht unterschiedliche Länge der beiden Waagebalken korrigiert. Die genaue Rechnung der Korrekturen ist in der Versuchsanleitung [HS93] (Gl. 2.16) zu finden.

Aus den Messergebnissen (Tab. 7,8) folgt:

$$\begin{aligned} m_{K,l} &= m_M + nm_R + \frac{B - A_0}{\epsilon(m_M)} = \\ &= 1,300\text{g} - 0,3 \cdot 0,050\text{g} + \frac{-4,8\text{mm} + 4,6\text{mm}}{5,6 \frac{\text{mm}}{\text{mg}}} = 1,285\text{g} \end{aligned} \quad (13)$$

$$m_{K,r} = 1,300\text{g} + (0,95 + 0,80) \cdot 0,010\text{g} + \frac{-2,4\text{mm} + 4,6\text{mm}}{5,6 \frac{\text{mm}}{\text{mg}}} = 1,318\text{g} \quad (14)$$

Hierbei stehen m_K für die Massen der Körper bei Wägung auf linker beziehungsweise rechter Waagschale. m_M ist die aufgelegte Wägmasse, B der ermittelte Schwingmittelpunkt. Für die Empfindlichkeit wurde der Wert für 2g eingesetzt, da dieser der aufgelegten Wägmasse am nächsten ist. Es ergibt sich folgender Mittelwert:

$$\overline{m_K} = \frac{m_{k,l} + m_{k,r}}{2} = 1,302\text{g} \quad (15)$$

5 Elektronische Analysewaage

Vor der Inbetriebnahme der elektronischen Analysewaage ist die Horizontallage mit Hilfe einer eingebauten Libelle herzustellen. Die Messgenauigkeit der Waage beträgt $\pm 10^{-4}\text{g}$, weshalb ein systematischer Fehler bei Messungen im Bereich von 10^{-3}g ausgeschlossen wird.

5.1 Dichtebestimmung eines Probekörpers mittels elektronischer Analysewaage

Zu Beginn wird die Masse des leeren, trockenen Pyknometers m_0 bestimmt und die Temperatur der zu messenden Flüssigkeiten festgestellt. Für die zweite Messung wird das Pyknometer mit einer Referenzflüssigkeit, in diesem Fall destilliertem Wasser, voll aufgefüllt. Mit dieser Messung wird das Gewicht des destillierten Wassers m_d bestimmt. Die Masse des Probekörpers m_k wird in Luft bestimmt, bevor der Körper in das Pyknometer eingesetzt wird. Das Pyknometer samt Probe wird danach gewogen (m_b). Mit der Beziehung

$$\rho_k = \rho_d \cdot \frac{m_k}{m_d - m_b + m_k} \quad (16)$$

lässt sich die Dichte des Probekörpers ρ_k bestimmen. Um die Genauigkeit zu erhöhen wird die Messung auf den leeren Raum bezogen. Hierfür ist der Auftrieb in Luft ($\rho_l = 0,0012 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) zu berücksichtigen. Die Temperatur des destillierten Wassers beträgt 23°C , woraus sich die Dichte $\rho_d = 0,99754 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ aus der Versuchsanleitung Beilage 3) ergibt [HS93].

$$\begin{aligned} \rho_k &= \frac{m_k}{m_d - m_b + m_k}(\rho_d - \rho_l) + \rho_l = \\ &= \frac{1,319\text{g}}{29,533\text{g} - 30,683\text{g} + 1,319\text{g}}(0,99754 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 0,0012 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}) + 0,0012 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \\ &= 7,7774 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \quad (17)$$

5.2 Dichtebestimmung einer Probeflüssigkeit mittels elektronischer Analysewaage

Die Masse des leeren Pyknometers m_0 , sowie das Gewicht des Pyknometers und der Referenzflüssigkeit m_d wurden im vorherigen Versuch bestimmt. Das Pyknometer wird,

um die Masse der Probeflüssigkeit m_f bestimmen zu können, absolut trocken gelegt.

$$\begin{aligned}\rho_p &= \rho_d \cdot \frac{m_d - m_0}{m_f - m_0} = \\ &= 0,99754 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{29,316 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 19,866 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{29,533 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 19,866 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 0,97510 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\end{aligned}\quad (18)$$

A Messergebnisse

Zur Angabe der Messungenauigkeit (statistischer Fehler) wird die Varianz folgendermaßen berechnet:

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^M n_j (x_j - \bar{x})^2 \quad (19)$$

Diese ist jedoch bei sämtlichen Messergebnissen kleiner als die Rundungsfehler, sodass sie im Folgenden nicht weiter berücksichtigt wird.

A.1 Analytische Balkenwaage

Die Messergebnisse der analytischen Waage bestehen aus jeweils fünf aufeinanderfolgenden Maximalausschlägen der sich nach Lösen der Arretierung einstellenden Pendelbewegung. Die ersten beiden Schwingungen werden dabei nicht berücksichtigt; die dritte Schwingung ist die erste Gemessene. Die Werte beziehen sich auf den Mittelpunkt der Skala, wobei negative Werte eine Auslenkung des Zeigers nach links und Positive eine Auslenkung nach rechts bedeuten.

Der neutrale Punkt, an dem die Summe der Drehmomente 0 ist, wird durch Mittelwertbildung bestimmt. Dabei wird der Mittelwert aller Umkehrpunkte des Zeigers auf einer Seite gebildet und mit dem Mittelwert der Ausschläge auf der anderen Seite ein Gesamtmittelwert gebildet.

Die Länge beider Waagbalken beträgt 10cm. Die Position der Reiter wird als Bruchteil in Bezug auf die Gesamtlänge eines Waagbalkens angegeben. Nähere Informationen dazu sind in der Versuchsanleitung [HS93] zu finden.

A.1.1 Nullpunktsbestimmung

1. Bei unbelasteten Waagschalen: Daraus ergibt sich folgender Mittelwert für die erste

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
-9,5	-5,5	-6,0
7,5	3,5	3,5
-9,0	-5,0	-5,5
6,5	3,0	3,0
-8,5	-5,0	-5,0

Tabelle 1: Nullpunktsmessungen mit der analytischen Waage ohne Belastung.

Messung:

$$\overline{A_{1,1}} = \frac{\frac{-9,5\text{mm}-9,0\text{mm}-8,5\text{mm}}{3} + \frac{7,5\text{mm}+6,5\text{mm}}{2}}{2} = -1,0\text{mm} \quad (20)$$

Analog folgt für die beiden anderen Messungen:

$$\overline{A_{1,2}} = -1,0\text{mm} \quad (21)$$

$$\overline{A_{1,3}} = -1,1\text{mm} \quad (22)$$

und als Gesamtmittelwert dieser Messreihe:

$$\overline{A_1} = \frac{\overline{A_{1,1}} + \overline{A_{1,2}} + \overline{A_{1,3}}}{3} = -1,0\text{mm} \quad (23)$$

2. Beide Waagschalen mit jeweils 2g belastet:

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
-8,0	-9,0	-8,0
-1,5	-1,0	-1,0
-7,5	-8,5	-8,0
-1,5	-0,5	-1,5
-8,0	-8,0	-7,5

Tabelle 2: Nullpunktmessungen mit der analytischen Waage bei 2g Belastung.

Mittelwert:

$$\overline{A_2} = -4,6\text{mm} \quad (24)$$

3. Beide Waagschalen mit jeweils 20g belastet:

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
-9,0	-8,5	-8,5
0,0	-1,0	-1,0
-9,0	-8,0	-8,5
-0,5	-1,5	-1,0
-8,5	-7,5	-8,0

Tabelle 3: Nullpunktmessungen mit der analytischen Waage bei 20g Belastung.
Mittelwert:

$$\overline{A_3} = -4,6\text{mm} \quad (25)$$

A.1.2 Bestimmung der Empfindlichkeit

Die Empfindlichkeit wird in drei Messreihen mit jeweils drei Einzelmessungen bestimmt. Die Waagschalen werden mit gleichen Gewichten beschwert.

Der Reiter mit der Masse 10mg befindet sich für alle Messungen bei -2cm .

1. Ohne Belastung durch Gewichte. Mittelwert:

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
8,0	-3,5	9,0
0,0	10,5	-1,5
7,5	-3,0	9,0
0,0	10,0	-1,0
7,5	-2,5	8,0

Tabelle 4: Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage ohne Gewichte.

$$B_1 = 3,7\text{mm} \quad (26)$$

2. Belastung beider Waagschalen mit 2g Mittelwert:

$$B_2 = 6,5\text{mm} \quad (27)$$

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
9,0	10,5	10,0
4,5	2,5	2,5
8,5	10,5	10,0
4,5	3,0	2,5
8,5	10,0	10,0

Tabelle 5: Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage bei 2g Belastung.

3. Beide Waagschalen sind mit 20g belastet. Mittelwert:

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
11,0	10,5	10,5
1,0	1,5	1,0
11,0	10,0	10,0
1,0	2,0	1,5
10,5	10,0	10,0

Tabelle 6: Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage bei 20g Belastung.

$$B_3 = 5,9\text{mm} \quad (28)$$

A.1.3 Masse des Probekörpers

1. Probekörper auf rechter Waagschale. Zum Ausgleich wird ein Reiter mit der Masse $m = 0,05\text{g}$ bei $s = -3\text{cm}$ angebracht. Auf der linken Waagschale sind $m_M = 1,3\text{g}$ aufgebracht.

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
-9,5	-8,5	-9,5
0,0	-1,0	0,0
-9,5	-8,5	-9,5
-0,5	-1,0	-0,5
-0,5	-8,5	-9,0

Tabelle 7: Wägung des Probekörpers. Probe auf rechter Waagschale.

2. Probekörper auf linker Waagschale. Zum Ausgleich werden zwei Reiter mit jeweils

10mg an den Stellen $s_1 = 9,5\text{cm}$ und $s_2 = 8\text{cm}$ angebracht. Auf der rechten Waagschale sind $m_M = 1,3\text{g}$ aufgebracht.

Zeigerausschläge [mm]		
1. Messung	2. Messung	3. Messung
-5,5	-10,0	-5,5
0,5	4,5	1,0
-5,0	-9,5	-5,5
0,5	4,5	0,5
-5,0	-9,0	-5,5

Tabelle 8: Wägung des Probekörpers. Probe auf linker Waagschale.

A.2 Mohrsche Waage

Gemessen werden die zum Ausgleich des Auftriebs benötigten Gewichte, sowie deren Einhängpositionen.

1. Destilliertes Wasser. Temperatur der Flüssigkeit während der Messung: $T = 23^\circ\text{C}$

Einhängposition (1-10)	Gewicht der Reiter [g]
2	5,0g
4	0,5g
6	6,0g

Tabelle 9: Wägung mit Mohrscher Waage. Auftriebsausgleich bei destilliertem Wasser.

2. Probenflüssigkeit 2. Temperatur der Flüssigkeit während der Messung: $T = 23^\circ\text{C}$

Einhängposition (1-10)	Gewicht der Reiter [g]
1	1,5g
2	5,0g
4	1,0g
5	5,0g

Tabelle 10: Wägung mit Mohrscher Waage. Auftriebsausgleich bei Probenflüssigkeit 2.

A.3 Pyknometer

Wägungen des Pyknometers bei verschiedenen Füllungen mit der elektronischen Analysewaage.

1. leeres, trockenes Pyknometer:

$$m = 19,866\text{g} \quad (29)$$

2. Pyknometer gefüllt mit destilliertem Wasser:

$$m = 29,533\text{g} \quad (30)$$

3. Masse des Probekörpers

$$m = 1,319\text{g} \quad (31)$$

4. Pyknometer mit destilliertem Wasser und Probekörper gefüllt

$$m = 30,683\text{g} \quad (32)$$

5. Pyknometer mit Probenflüssigkeit gefüllt

$$m = 29,316\text{g} \quad (33)$$

B Fehlerrechnung

Ein Maß für den statistischen Fehler ist die Standardabweichung. Diese ist die Wurzel der Varianz und wird folgendermaßen berechnet:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (34)$$

Für weitere Berechnungen wird die Fehlerfortpflanzung benötigt, um den Gesamtfehler des Ergebnisses anzugeben:

$$\sigma_g = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \dots} \quad (35)$$

Beide Formeln sind der Versuchsanleitung entnommen[[HS93](#)].

B.1 hydrostatische Waage

Für diese Messung steht nur ein Datensatz zur Verfügung, sodass kein statistischer Fehler angegeben werden kann.

B.2 analytische Balkenwaage

B.2.1 Nullpunktsbestimmung

Die Nullpunktsbestimmung ist mit folgenden Fehlern behaftet. Genaue Berechnung am Beispiel von $\overline{A_1}$.

Zunächst wird der Mittelwert des linken Maximalausschlags der ersten Messung berechnet.

$$A_{1,1,l} = \frac{1}{3}(-9,5\text{mm} - 9,0\text{mm} - 8,5\text{mm}) = -9,0\text{mm} \quad (36)$$

Anschließend die Standardabweichung.

$$\begin{aligned} s_{A_{1,1,l}} &= \sqrt{\frac{1}{3}[(-9,5\text{mm} + 9,0\text{mm})^2 + (-9,0\text{mm} + 9,0\text{mm})^2 + (-8,5\text{mm} + 9,0\text{mm})^2]} = \\ &= 0,4\text{mm} \end{aligned} \quad (37)$$

Dasselbe für den rechten Maximalausschlag.

$$s_{A_{1,1,r}} = 0,5\text{mm} \quad (38)$$

Der Gesamtmittelwert (Nullpunkt) ist:

$$\overline{A_{1,1}} = \frac{A_{1,1,l} + A_{1,1,r}}{2} = -1,0\text{mm} \quad (39)$$

Mit der Fehlerfortpflanzung ergibt sich eine Gesamtstandardabweichung von:

$$\sigma_{A_{1,1}} = \sqrt{\frac{1}{4}(0,4\text{mm})^2 + \frac{1}{4}(0,5\text{mm})^2} = 0,3\text{mm} \quad (40)$$

Der Mittelwert ist demnach

$$\overline{A_{1,1}} = (-1,0 \pm 0,3)\text{mm} \quad (41)$$

Analog folgt für die anderen Messungen:

$$\overline{A_{1,2}} = (-1,0 \pm 0,2)\text{mm} \quad (42)$$

$$\overline{A_{1,3}} = (-1,1 \pm 0,4)\text{mm} \quad (43)$$

Der Gesamtmittelwert folgt mit der Fehlerfortpflanzung zu:

$$\overline{A_1} = (-1,0 \pm 0,2)\text{mm} \quad (44)$$

Für die beiden anderen Messreihen folgt mit selber Vorgehensweise:

$$\overline{A_2} = (-4,6 \pm 0,1)\text{mm} \quad (45)$$

$$\overline{A_3} = (-4,6 \pm 0,1)\text{mm} \quad (46)$$

B.2.2 Empfindlichkeit

Diesselbe Rechnung wie unter Punkt *Nullpunktsbestimmung* führt zu folgenden Ergebnissen:

$$\overline{B_1} = (3,7 \pm 0,1)\text{mm} \quad (47)$$

$$\overline{B_2} = (6,5 \pm 0,1)\text{mm} \quad (48)$$

$$\overline{B_2} = (5,9 \pm 0,1)\text{mm} \quad (49)$$

Daraus folgt mit der Fehlerfortpflanzung:

$$\epsilon_1 = (2,4 \pm 0,1) \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (50)$$

$$\epsilon_2 = (5,6 \pm 0,1) \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (51)$$

$$\epsilon_3 = (5,3 \pm 0,1) \frac{\text{mm}}{\text{mg}} \quad (52)$$

B.2.3 Masse des Probekörpers

Mit der Fehlerfortpflanzung folgt für die Gesamtstandardabweichung der Masse:

$$m_k = (1,302 \pm 0,05)\text{g} \quad (53)$$

B.3 elektronische Analysewaage

Für diese Messung steht nur ein Datensatz zur Verfügung, sodass kein statistischer Fehler angegeben werden kann.

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau der Mohrschen Waage [AM09]	4
---	---	---

Tabellenverzeichnis

1	Nullpunktmessungen mit der analytischen Waage ohne Belastung.	10
2	Nullpunktmessungen mit der analytischen Waage bei 2g Belastung.	11
3	Nullpunktmessungen mit der analytischen Waage bei 20g Belastung.	12
4	Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage ohne Gewichte.	12
5	Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage bei 2g Belastung.	13
6	Empfindlichkeitsmessungen mit der analytischen Waage bei 20g Belastung.	13
7	Wägung des Probekörpers. Probe auf rechter Waagschale.	13
8	Wägung des Probekörpers. Probe auf linker Waagschale.	14
9	Wägung mit Mohrscher Waage. Auftriebsausgleich bei destilliertem Wasser.	14
10	Wägung mit Mohrscher Waage. Auftriebsausgleich bei Probenflüssigkeit 2.	14

Literatur

[AM09] ALEXANDER MANN, Mira P.: *Die Mohrsche Waage*. Version:2009. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4773>, Abruf: 25.10.2010 16:30 Uhr

[HS93] HERBERT SASSIK, Johann L.: *Dichtebestimmung für feste und flüssige Körper*, 1993