

Mit den folgenden Beispielen sollten Sie sich bis zur nächsten Übung auseinandersetzen. Sie dienen zur Vorbereitung auf den Test und werden - je nach Situation - entweder vollständig oder teilweise von Studierenden vorgerechnet. Bedenken Sie die Möglichkeit, selbst eines der Beispiele vorzurechnen, um die nötige Mitarbeitungsleistung zu erbringen.

1. Peter und Rolf: Das Wettschwimmen. Die Zwillinge Peter und Rolf sind zwei gleich schnelle und ausdauernde Schwimmer. Sie schaffen beide die Geschwindigkeit von 1 ms^{-1} . Sie wollen über einen Fluß schwimmen, der 100 m breit, 10 m tief und 16 °C kalt ist, um ihr Boot zu erreichen. Der Fluß hat eine (konstante) Fließgeschwindigkeit von 80 cms^{-1} .

Peter schwimmt schräg flußaufwärts, sodaß er den Fluß überquert, ohne abgetrieben zu werden. Er nimmt also den kürzesten Weg.

Rolf schwimmt immer senkrecht zum Ufer, wird dabei aber durch die Strömung flußabwärts getrieben.

a) Man berechne allgemein, wer von den beiden zuerst am anderen Ufer ankommt, wenn beide gleichzeitig losschwimmen. Beeinflußt die Bewegungskomponente in Flußrichtung die Schwimmzeit der beiden? Welche Anforderung muss die Fließgeschwindigkeit erfüllen, damit die Angabe einen Sinn macht?

b) Man berechne die Schwimmzeit der beiden mit den obigen Zahlenwerten.

(Lsg.: $t_{\text{Peter}} = 167 \text{ s}$; $t_{\text{Rolf}} = 100 \text{ s}$)

Hinweis: Es ist hilfreich, von beiden Schwimmern ein Geschwindigkeitsdiagramm zu zeichnen.

2. Gegeben ist der Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Man berechne:

a) die Länge des Vektors \vec{a} ; (Lösung: $\sqrt{14}$)

b) die Länge der Projektion von \vec{a} auf die x,y -Ebene; (Lösung: $\sqrt{10}$)

c) einen Vektor \vec{b} in der x,y -Ebene, welcher senkrecht zum Vektor \vec{a} steht;

d) den Einheitsvektor von \vec{b} ;

e) das Skalarprodukt von \vec{a} mit dem Vektor $\vec{c} = (2,0,0)$; (Lösung: 6)

f) das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{c}$ (Lösung: $(0,4,-2)$).

3. Abschätzen einer alltäglichen Verkehrssituation. Ein PKW fährt auf einer Bundesstraße mit konstantem Sicherheitsabstand $d = 40 \text{ m}$ hinter einem LKW ($l = 25 \text{ m}$) mit der konstanten Geschwindigkeit von 80 kmh^{-1} her. Als der PKW-Fahrer eine 300 m lange freie Strecke einsehen kann, setzt er zum Überholen an. Dabei beschleunigt er mit $a = 1,3 \text{ ms}^{-2}$ bis auf $v = 100 \text{ kmh}^{-1}$.

a) Bevor Sie rechnen, schätzen Sie ab: schafft er das Überholen gefahrlos?

b) Wie lange sind Überholzeit und Überholweg, wenn auch beim Wiedereinordnen der Sicherheitsabstand von 40 m eingehalten werden soll? (Lösung: $t_0 = 21 \text{ s}$; 573 m)

c) Man zeichne ein $s(t)$ - und ein $v(t)$ -Diagramm.

Bitte Seite wenden!

4. Zwei Schiffe (1) und (2) bewegen sich aufeinander zu. Mit Hilfe von Geschwindigkeitsmessung und Kompass werden folgende *Geschwindigkeitsvektoren* bestimmt:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ n.m.h}^{-1}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ n.m.h}^{-1}. \quad (1 \text{ n.m.} = 1 \text{ nautische Meile} = 1,852 \text{ km})$$

Durch Peilung um 12:30 Uhr wird auch ihre *Position* ermittelt:

$$\vec{r}_1(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ n.m.}, \quad \vec{r}_2(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ n.m.}$$

- a) Der Vektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ gibt die *Lage* des Schiffs (2) relativ zum Schiff (1) an. Man bestimme ihn als *Funktion der Zeit*.
- b) Wann und wo haben die beiden Schiffe den geringsten *Abstand* voneinander?

(Lösung: ca. 1 h 9 min nach 12:30 Uhr, d. i. um 13:39 Uhr. Schiff (1) ist bei $\begin{pmatrix} -0,69 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m., Schiff (2) bei

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0,46 \end{pmatrix} \text{ n.m. Relativabstand: } \begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,46 \end{pmatrix} \text{ n.m.})$$

- c) Wird der Sicherheitsabstand von 1 n.m. unterschritten?

Hinweise: Wir vernachlässigen die Erdkrümmung, sodass wir ein zweidimensionales, ebenes Problem erhalten. Es ist ratsam, den Zeitpunkt der Peilung möglichst einfach zu wählen (z. B.: $t = 0$ h; t ist dann die Zeit in Stunden nach 12:30 Uhr. Es gibt prinzipiell verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, die sich im Rechenaufwand unterscheiden.

5. **Peter und Rolf am Flughafen.** Peter und Rolf sind auf dem Weg zu ihrem Flugsteig. Beide gehen mit der gleichen Geschwindigkeit ($v_R = v_P$), bis sie bei einem Laufband der Länge L ankommen. Der sportliche Peter will den vollen Weg zu Fuß gehen, während Rolf das Laufband benutzt. Auf dem Laufband geht Rolf immer noch mit der ursprünglichen Geschwindigkeit weiter. Auch Peter behält seine Geschwindigkeit zunächst bei, bis er bemerkt, dass direkt am Beginn des Laufbandes ein Passant gestürzt ist. Er dreht sich rasch um und läuft mit der doppelten Geschwindigkeit zurück, um Hilfe zu leisten. Am Anfang des Laufbandes angekommen, sieht Peter, dass Rolf das Ende des Laufbandes erreicht hat.

- a) Man fertige eine *Situationsskizze* an und formuliere die oben gegebenen Beziehungen zwischen den einzelnen Geschwindigkeiten mathematisch. Weiters definiere man die Bezugssysteme des Problems.
- b) Man berechne zunächst Peters Umkehrposition x_U , bezogen auf die Länge L des Laufbandes für eine beliebige Geschwindigkeit v_L des Laufbandes.
- c) Man berechne die Umkehrposition x_U für $v_L = v_R$ (Lösung: $x_U = L/3$).

Hinweis: Die Zeit, welche Peter zum Umdrehen und zum Zurückschauen benötigt, sind vernachlässigbar

6. Ein Körper mit der Masse $m = 87,29 \text{ kg}$ wird aus einer Höhe von 20 m mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 4 \text{ ms}^{-1}$

- a) senkrecht nach oben,
b) senkrecht nach unten

geworfen.

→ Berechnen Sie für beide Fälle die *Zeit bis zum Aufprall* auf dem Boden. (Lösung: a) 2,47 s, b) 1,65 s)