

1. Berechnen Sie Divergenz und Rotation folgender Vektorfelder:

$$\vec{F} = (x + y, -x + y, -2z)$$

$$\vec{G} = (2y, 2x + 3z, 3y)$$

$$\vec{H} = (x^2 - z^2, 2, 2xz)$$

→ Bestimmen Sie für jene Felder, für die die Rotation verschwindet (wirbelfreies Feld), ein skalares Potential $\varphi(x, y, z)$, i.e. jene Funktion, deren negativer Gradient gleich dem Vektorfeld ist.

2. Ein Kondensator besteht aus zwei coaxialen Zylindern mit den Abmessungen r_1 , r_2 und h .

a) Berechnen Sie seine **Kapazität C**.

b) Wie groß ist C für $r_1 = 3 \text{ cm}$, $r_2 = 4 \text{ cm}$ und $h = 20 \text{ cm}$? (*Lösung*: $C = 38,7 \text{ pF}$)

Hinweis: Das Dielektrikum zwischen den beiden Zylindern ist Vakuum.

3. **Potential einer Raumladungsverteilung**: Im Raum zwischen zwei unendlich ausgedehnten Platten bei $y = 0$ und $y = b$ befinde sich Ladung mit einer gleichförmigen Ladungsdichte ρ . Außerhalb dieses Bereiches befinde sich **keinerlei Ladung**.

a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke in diesem System.

b) Wie sieht eine zugehörige Potentialfunktion φ aus? Zeigen Sie, dass φ überall die Poisson-Gleichung erfüllt.

4. Ein **Kondensator** besteht aus zwei konzentrischen Kugelschalen mit den Radien $r_1 = 18 \text{ mm}$ und $r_2 = 20 \text{ mm}$.

a) Berechnen Sie seine Kapazität **zuerst allgemein**, dann numerisch. (*Lösung*: $C = 20 \text{ pF}$)

b) Überprüfen Sie das Resultat durch Vergleich mit dem Grenzfall $r_2 - r_1 \ll r_1$ des Plattenkondensators.

5. **Madelung-Konstante eines einfachen ionischen Systems**: Man berechne die potentielle Energie je Ion für einen unendlich langen eindimensionalen ionischen Kristall, das heißt: eine Reihe aus äquidistant angeordneten Ladungen vom Betrag e mit stets wechselndem Vorzeichen.

Hinweis: Die Taylor-Reihenentwicklung von $\ln(1+x)$, beziehungsweise die Kenntnis des Konvergenzverhaltens der alternierenden harmonischen Reihe sind hilfreich.

6. Welcher **Strom I** fließt durch einen (unendlich) langen, geraden Leiter, wenn im Normalabstand $l = 20 \text{ cm}$ von diesem Leiter im Vakuum die magnetische Induktion $B = 15 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ gemessen wird? (*Lösung*: $I = 1,5 \text{ kA}$)