

Spezifische Wärme von Festkörpern

Praktikumsversuch am 11.05.2011

Gruppe: 18

Thomas Himmelbauer
Daniel Weiss

Abgegeben am: 18.05.2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Vorbemerkung zur Fehlerrechnung	2
3	Versuchsaufbau	2
4	Kontinuierliche Messung	2
5	Nernstsche Methode	4
6	Néel-Temperatur	5
A	Fehlerrechnung	6
A.1	Kontinuierliche Messung	6
A.2	Nernstsche Methode	7
B	Messergebnisse	8
B.1	Kontinuierliche Messung	8
B.2	Nernstsche Methode	8

1 Einleitung

Es soll die spezifische Wärmekapazität von Holmium bestimmt werden. Die spezifische Wärme ist ein Maß dafür, wieviel thermische Energie einem Stoff pro Masseneinheit bei einer bestimmten Temperatur zugeführt werden muss, um eine Temperaturerhöhung von 1K zu bewirken. Dabei werden zwei Messmethoden verwendet. Zum Einen die des kontinuierlichen Aufheizens der Probe mit ständiger Messung der Temperatur in halbssekündlichen Intervallen und zum Anderen die Methode nach Nernst, bei der in Pulsen geheizt wird. Letzere ist genauer, während die kontinuierliche Messung deutlich schneller ist. Es sollen im Rahmen des Versuchs auch die magnetische Entropie abgeschätzt und die Néel-Temperatur bestimmt werden.

2 Vorbemerkung zur Fehlerrechnung

Da alle Messungen jeweils nur einmal durchgeführt werden, kann kein statistischer Fehler bestimmt werden. Es wird jedoch angenommen, dass alle Messwerte mit einem Fehler von 1% behaftet sind. Die in der Anleitung[Mül09] angegebenen Werte für die Masse der Probe, den Widerstand des DMS-Heizers und das Atomgewicht von Holmium werden als exakt angenommen.

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in der Versuchsanleitung[Mül09] detailliert beschrieben. Eine Holmium-Probe befindet sich in einem evakuierten Gefäß innerhalb eines Kryostaten. Direkt an der Probe sind ein Widerstandsthermometer und eine Widerstandsheizung angebracht. Durch das Vakuum und die Aufhängung der Probe mit wärmeisolierenden Nylonfäden werden hinreichend adiabatische Zustände für die Messungen sichergestellt.

4 Kontinuierliche Messung

Die Probe wird zunächst auf eine Temperatur von 80K abgekühlt. Dazu wird wie in der Anleitung[Mül09] beschrieben Heliumgas in die Probenkammer eingeleitet, um den Wärmeaustausch mit dem flüssigen Stickstoff, der die Probenkammer umgibt, zu beschleunigen. Bei Erreichen der gewünschten Temperatur wird die Probenkammer wieder evakuiert und die Messung begonnen. Bei der kontinuierlichen Messung wird mit einem

konstanten Strom von $I = 25\text{mA}$ geheizt und alle halbe Sekunde die Temperatur aufgezeichnet. So wird der Bereich von 80K bis 200K vermessen. Aus den erhaltenen Daten kann nun mit der Formel aus Abschnitt 2.2 der Versuchsanleitung[Mü109] die spezifische Wärme bestimmt werden:

$$c(T) = \frac{I^2 R}{m} \frac{dt}{dT} \quad (1)$$

Der Fehler beträgt

$$\Delta c = \frac{c}{100} \quad (2)$$

Die Fehlerrechnung ist im Anhang A.1 zu finden. Sämtliche Messwerte, sowie die zugehörigen Fehler sind im Anhang B.1 aufgelistet. Abbildung 1 zeigt den Verlauf der spezifischen Wärme über der Temperatur (mit Fehlerbalken). Auffällig ist, dass der Graph bei

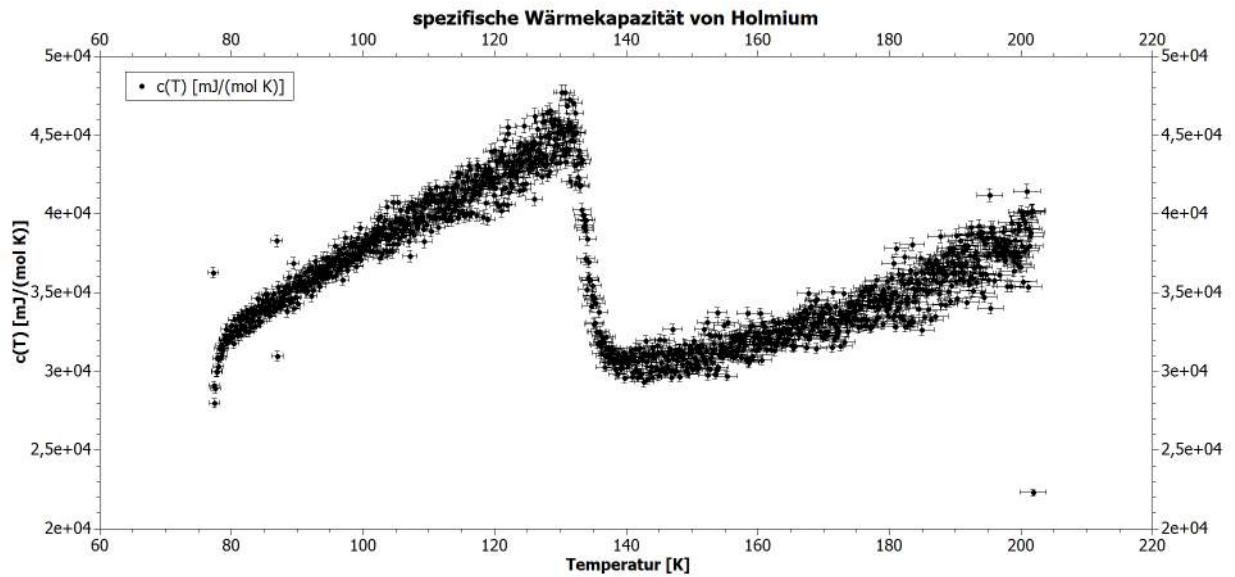


Abbildung 1: Graph der spezifischen Wärmekapazität von Holmium; aufgetragen über der Temperatur in Kelvin.

ca. 130K ein lokales Maximum besitzt und anschließend bis ca. 138K abfällt, bevor er wieder beginnt anzusteigen. Bei diesem Maximum liegt die Néel-Temperatur, bei der der Übergang vom antiferromagnetischen in den paramagnetischen Zustand stattfindet. Vor dem Maximum wird ein Teil der zugeführten Wärme zum Aufheben der magnetischen Ordnung benötigt; ab der Néel-Temperatur ist die Probe paramagnetisch und die spezifische Wärmekapazität fällt deutlich ab, da nun die gesamte zugeführte Wärme in die Erwärmung der Probe fließt. Dies ist auch in Abbildung 2 gut zu sehen. Die Temperatur steigt ab der Néel-Temperatur deutlich stärker an.

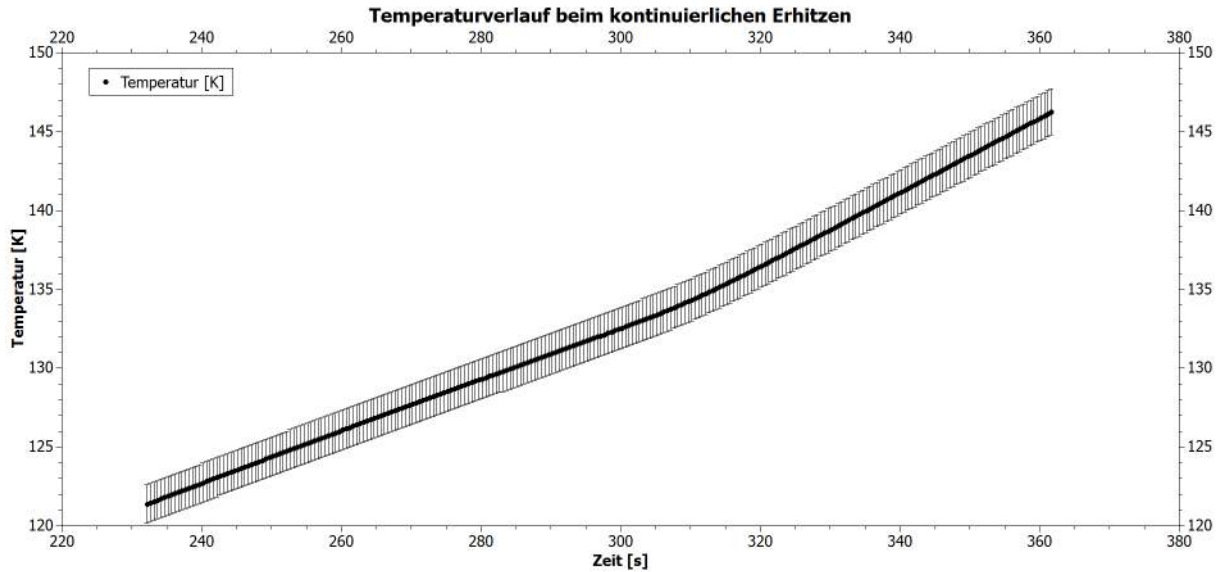


Abbildung 2: Temperaturverlauf bei kontinuierlichem Erhitzen der Probe.

5 Nernstsche Methode

Bei der Nernstschen Methode wird im Gegensatz zum kontinuierlichen Heizen nur in kurzen Pulsen von 20s Dauer geheizt. Anschließend folgt eine Abkühlungsperiode von 60s. So wird von 100K bis auf 160K bei einem gepulsten Heizstrom von 20mA geheizt. Mit den Berechnungen aus Abschnitt 2.3 der Anleitung[Mül09] folgt für die spezifische Wärme:

$$c(T_m) = \frac{I_h^2 R t_h}{m \Delta T_x} \quad (3)$$

Abbildung 3 zeigt den Verlauf der spezifischen Wärme, der ähnlich dem der kontinuierlichen Messung ist, jedoch viel genauer. Die Messdaten finden sich im Anhang B.2 und die Fehlerrechnung unter A.2. Die Néel-Temperatur liegt zwischen 129,5 und 131,0 Kelvin (siehe Messwerttabelle im Anhang). Dies stimmt recht gut mit dem Literaturwert von 132 Kelvin überein. Der Fehler beträgt auch hier

$$\Delta c = \frac{c}{100} \quad (4)$$

(siehe Anhang). Abbildung 4 zeigt die Funktion $\frac{c(T_m)}{T_m}$, mit deren Hilfe die magnetische Entropie abgeschätzt werden kann. Der Fehler liegt hier bei

$$\Delta \left(\frac{c}{T_m} \right) = \frac{1}{50} \frac{c}{T_m} \quad (5)$$

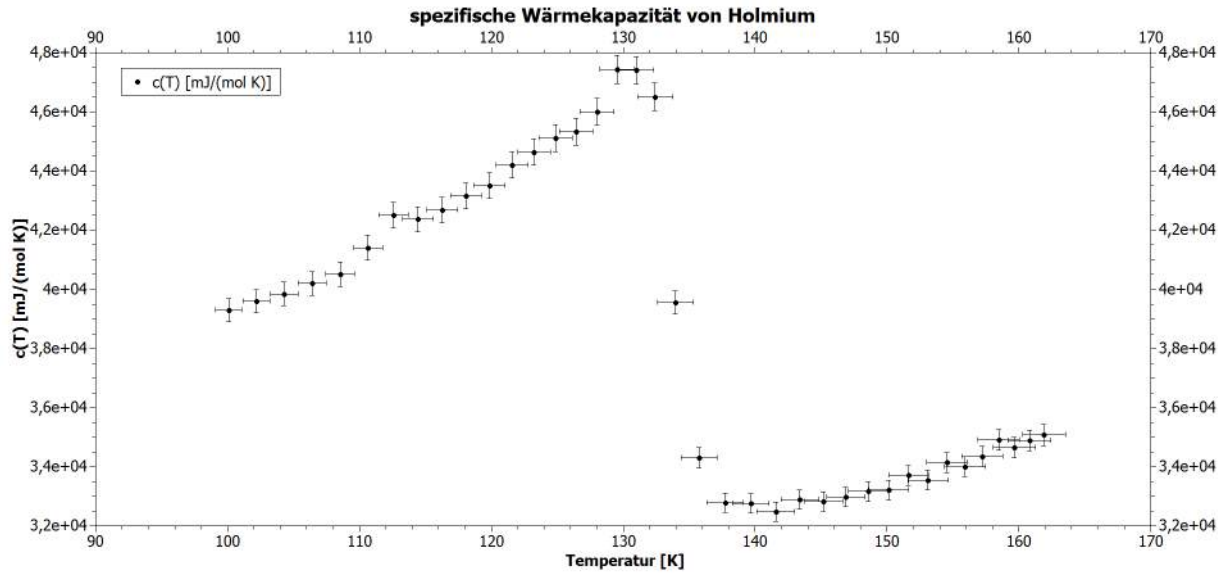


Abbildung 3: spezifische Wärmekapazität von Holmium; gemessen nach der Methode von Nernst.

siehe auch Anhang A.2. Wie in der Anleitung [Mü109] im Anhang auf Seite 21 beschrieben, kann die magnetische Entropie grafisch aus dem Schaubild bestimmt werden. Abbildung 4 zeigt das Dreieck, dessen Flächeninhalt dieser Entropie entspricht. Da das Dreieck die Messwerte approximiert, kann dieser Wert nur grob angegeben werden.

$$S_m \approx 515 \text{ mJ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (6)$$

6 Néel-Temperatur

Die Néel-Temperatur kann aus den Messwerten (siehe Anhang B.2) als zwischen 129,5 und 131,0 Kelvin liegend mit einem Fehler von 1% bestimmt werden. Dies ist nahe dem Literaturwert von 132 Kelvin.

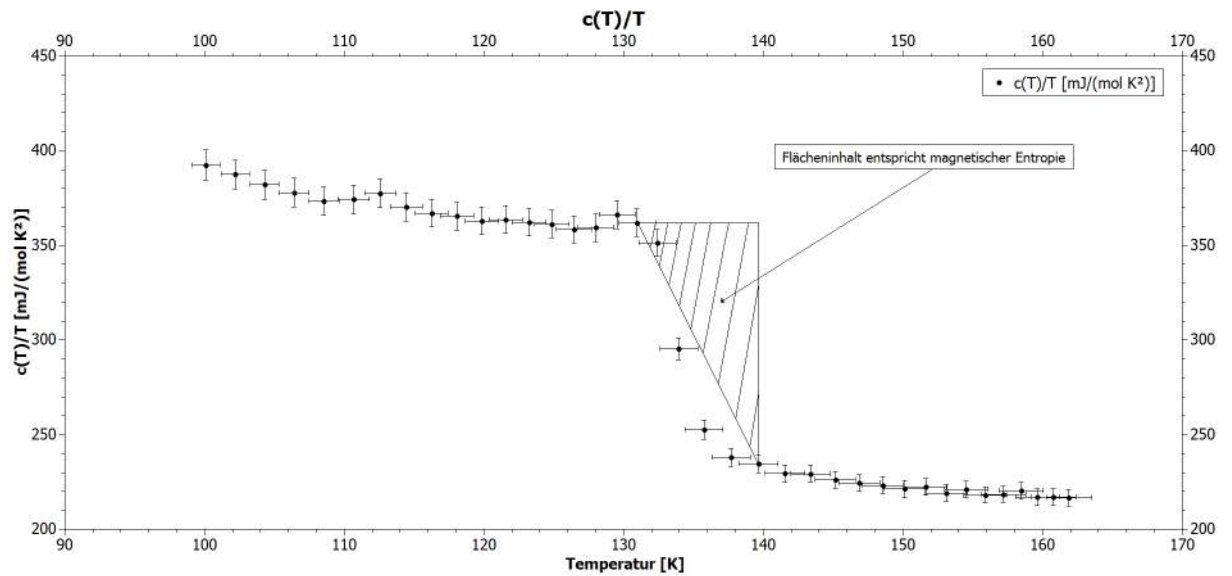


Abbildung 4: $\frac{c(T)}{T}$ als Funktion der absoluten Temperatur.

A Fehlerrechnung

A.1 Kontinuierliche Messung

Gleichung 1

$$c(T) = \frac{I^2 R}{m} \frac{dt}{dT} = \frac{I^2 R}{m} \frac{t_2 - t_1}{T_2 - T_1} \quad (7)$$

beinhaltet nur die Temperatur als fehlerbehaftete Größe. I , R , m sind direkt aus der Anleitung übernommen und als fehlerfrei angenommen. Die Zeitdifferenz dt kann ebenfalls als fehlerfrei betrachtet werden, da der Computer mehr als eine Millionen Operationen pro Millisekunde ausführt und die Zeit mit einer Genauigkeit von 1 Millisekunde in die Rechnung einfließt. Es gilt also den Einfluss des Fehlers der Temperatur auf die spezifische

Wärme zu bestimmen. Der relative Fehler der Temperatur wird mit $\pm 1\%$ angenommen.

$$\begin{aligned}
\Delta c &= \left\| \frac{\partial c}{\partial T_2} \Delta T_2 + \frac{\partial c}{\partial T_1} \Delta T_1 \right\|_2 = \\
&= \left\| \frac{\partial c}{\partial T_2} \frac{\Delta T_2}{T_2} T_2 + \frac{\partial c}{\partial T_1} \frac{\Delta T_1}{T_1} T_1 \right\|_2 = \\
&= \left\| \frac{\partial c}{\partial T_2} \frac{1}{100} T_2 + \frac{\partial c}{\partial T_1} \frac{1}{100} T_1 \right\|_2 = \\
&= \left\| \frac{I^2 R}{m} \frac{dt}{(T_2 - T_1)^2} \left(\frac{T_1 - T_2}{100} \right) \right\|_2 = \\
&= \left\| -\frac{I^2 R}{m} \frac{dt}{(T_2 - T_1)} \left(\frac{1}{100} \right) \right\|_2 = \\
&= \frac{c}{100}
\end{aligned} \tag{8}$$

Der Fehler der spezifischen Wärme beträgt also ebenfalls $\pm 1\%$.

A.2 Nernstsche Methode

Die Gleichung

$$f := \frac{c(T_m)}{T_m} = \frac{I^2 R}{m} \frac{t_2 - t_1}{(T_2 - T_1) T_m} \tag{9}$$

beinhaltet T_1, T_2, T_m als mit jeweils 1% Fehler behaftete Größen. Mit der Fehlerfortpflanzung folgt

$$\begin{aligned}
\Delta f &= \left\| \frac{\partial f}{\partial T_2} \Delta T_2 + \frac{\partial f}{\partial T_1} \Delta T_1 + \frac{\partial f}{\partial T_m} \Delta T_m \right\|_2 = \\
&= \left\| \frac{\partial f}{\partial T_2} \frac{\Delta T_2}{T_2} T_2 + \frac{\partial f}{\partial T_1} \frac{\Delta T_1}{T_1} T_1 + \frac{\partial f}{\partial T_m} \frac{\Delta T_m}{T_m} T_m \right\|_2 = \\
&= \left\| \frac{\partial f}{\partial T_2} \frac{1}{100} T_2 + \frac{\partial f}{\partial T_1} \frac{1}{100} T_1 + \frac{\partial f}{\partial T_m} \frac{1}{100} T_m \right\|_2 = \\
&= \left\| -\frac{I^2 R}{m} \frac{dt}{100(T_2 - T_1) T_m} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1} + \frac{T_m}{T_m} \right) \right\|_2 = \\
&= \frac{f}{50}
\end{aligned} \tag{10}$$

B Messergebnisse

B.1 Kontinuierliche Messung

Diese Messwerte sind nicht im Protokoll angehängt, da sie über 50 Seiten an Platz beanspruchen würden.

B.2 Nernstsche Methode

Tabelle 1 zeigt die aus den Rohdaten berechneten und in den Diagrammen verwendeten Werte. Die Rohdaten sind nicht angehängt, da sie mehr als 100 Seiten beanspruchen würden.

Tabelle 1: berechnete Werte aus den Messdaten der Messung nach der Methode von Nernst

ΔT_x [K]	t_h [s]	T_m [K]	$c(T_m)$ [mJ mol ⁻¹ K ⁻¹]	$\frac{c(T_m)}{T_m}$ [mJ mol ⁻¹ K ⁻²]
(2, 38 ± 0, 02)	20,188	(100 ± 1, 0)	(393 ± 4) · 10 ²	(393 ± 8)
(2, 39 ± 0, 02)	20,501	(102 ± 1, 0)	(396 ± 4) · 10 ²	(387 ± 8)
(2, 38 ± 0, 02)	20,498	(104 ± 1, 0)	(398 ± 4) · 10 ²	(382 ± 8)
(2, 30 ± 0, 02)	20,001	(106 ± 1, 1)	(402 ± 4) · 10 ²	(378 ± 8)
(2, 62 ± 0, 03)	22,999	(109 ± 1, 1)	(405 ± 4) · 10 ²	(373 ± 7)
(2, 29 ± 0, 02)	20,502	(111 ± 1, 1)	(414 ± 4) · 10 ²	(374 ± 7)
(2, 23 ± 0, 02)	20,498	(113 ± 1, 1)	(425 ± 4) · 10 ²	(378 ± 8)
(2, 24 ± 0, 02)	20,497	(114 ± 1, 1)	(424 ± 4) · 10 ²	(370 ± 7)
(2, 22 ± 0, 02)	20,498	(116 ± 1, 2)	(427 ± 4) · 10 ²	(367 ± 7)
(2, 20 ± 0, 02)	20,499	(118 ± 1, 2)	(432 ± 4) · 10 ²	(366 ± 7)
(2, 18 ± 0, 02)	20,500	(120 ± 1, 2)	(435 ± 4) · 10 ²	(363 ± 7)
(2, 14 ± 0, 02)	20,501	(122 ± 1, 2)	(442 ± 4) · 10 ²	(364 ± 7)
(2, 12 ± 0, 02)	20,499	(123 ± 1, 2)	(446 ± 4) · 10 ²	(362 ± 7)
(2, 10 ± 0, 02)	20,500	(125 ± 1, 2)	(451 ± 5) · 10 ²	(361 ± 7)
(2, 09 ± 0, 02)	20,500	(126 ± 1, 3)	(453 ± 5) · 10 ²	(359 ± 7)
(2, 06 ± 0, 02)	20,500	(128 ± 1, 3)	(460 ± 5) · 10 ²	(359 ± 7)
(2, 00 ± 0, 02)	20,500	(130 ± 1, 3)	(474 ± 5) · 10 ²	(366 ± 7)
(2, 00 ± 0, 02)	20,501	(131 ± 1, 3)	(474 ± 5) · 10 ²	(362 ± 7)
(2, 04 ± 0, 02)	20,500	(132 ± 1, 3)	(465 ± 5) · 10 ²	(351 ± 7)
(2, 40 ± 0, 02)	20,500	(134 ± 1, 3)	(396 ± 4) · 10 ²	(295 ± 6)
(2, 76 ± 0, 03)	20,500	(136 ± 1, 4)	(343 ± 3) · 10 ²	(253 ± 5)
(2, 89 ± 0, 03)	20,500	(138 ± 1, 4)	(328 ± 3) · 10 ²	(238 ± 5)
(2, 89 ± 0, 03)	20,501	(140 ± 1, 4)	(328 ± 3) · 10 ²	(235 ± 5)
(2, 92 ± 0, 03)	20,500	(142 ± 1, 4)	(325 ± 3) · 10 ²	(229 ± 5)
(2, 88 ± 0, 03)	20,501	(143 ± 1, 4)	(329 ± 3) · 10 ²	(229 ± 5)
(2, 89 ± 0, 03)	20,502	(145 ± 1, 5)	(328 ± 3) · 10 ²	(226 ± 5)
(2, 87 ± 0, 03)	20,498	(147 ± 1, 5)	(330 ± 3) · 10 ²	(224 ± 4)
(2, 79 ± 0, 03)	20,000	(149 ± 1, 5)	(332 ± 3) · 10 ²	(223 ± 4)
(2, 85 ± 0, 03)	20,500	(150 ± 1, 5)	(332 ± 3) · 10 ²	(221 ± 4)
(2, 81 ± 0, 03)	20,504	(152 ± 1, 5)	(337 ± 3) · 10 ²	(222 ± 4)
(2, 83 ± 0, 03)	20,501	(153 ± 1, 5)	(335 ± 3) · 10 ²	(219 ± 4)
(2, 78 ± 0, 03)	20,499	(155 ± 1, 5)	(341 ± 3) · 10 ²	(221 ± 4)
(2, 79 ± 0, 03)	20,500	(156 ± 1, 6)	(340 ± 3) · 10 ²	(218 ± 4)
(2, 76 ± 0, 03)	20,503	(157 ± 1, 6)	(343 ± 3) · 10 ²	(218 ± 4)
(2, 71 ± 0, 03)	20,501	(158 ± 1, 6)	(349 ± 3) · 10 ²	(220 ± 4)
(2, 74 ± 0, 03)	20,503	(160 ± 1, 6)	(346 ± 3) · 10 ²	(217 ± 4)
(2, 72 ± 0, 03)	20,502	(161 ± 1, 6)	(349 ± 3) · 10 ²	(217 ± 4)
(2, 70 ± 0, 03)	20,500	(162 ± 1, 6)	(351 ± 4) · 10 ²	(217 ± 4)

Literatur

[Mül09] MÜLLER, Martin: *spezifische Wärme von Festkörpern*, 2009