Grundlagen der Physik 3
Lösung zu Übungsblatt 6

Daniel Weiss

13. November 2010

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1

Der Impuls eines Photons mit der Wellenlänge λ ist:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} \tag{1}$$

a)

$$p_1 = 5{,}35 \cdot 10^{-29}\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{2}$$

b)

$$p_2 = 1{,}07 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3}$$

c)

$$p_3 = 1{,}07 \cdot 10^{-21} \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{4}$$

d) Ein Wasserstoffatom hat die Masse:

$$m = \frac{m_H}{N_A} = 1{,}6737610^{-27} \mathrm{kg} \tag{5}$$

Aus dem Impuls folgt die Geschwindigkeit:

$$v = \frac{p_H}{m} \tag{6}$$

i)

$$v_1 = 0{,}032 \cdot 10^{-29} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{7}$$

ii)

$$v_2 = 0{,}64 \cdot 10^{-29} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{8}$$

iii)

$$v_3 = 6{,}39 \cdot 10^{5} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{9}$$

e) Die größte unter d) berechnete Geschwindigkeit ist $v_3 = 0{,}002c$. Sie ist also vernachlässigbar klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit, sodass klassisch gerechnet werden kann.

Aufgabe 2

Impulserhaltung

$$p_{p0} = p_{e1} \Rightarrow \frac{h}{\lambda_0} = \gamma m_e v_e \tag{10}$$

Energieerhaltung (unterstellt):

$$h\nu_0 = \gamma m_e c^2 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_0} = \gamma m_e c^2 \tag{11}$$

Aus dem direkten Vergleich beider Gleichungen folgt dann:

$$v_e = c \quad ↯ \tag{12}$$

Aufgabe 3

Gegeben ist die relative Frequenzverschiebung:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\nu}{\nu} &= \frac{\nu_0 - \nu_G}{\nu_0} = 9 \cdot 10^{-7} \\ \Rightarrow \nu_0 - \nu_G &= 9 \cdot 10^{-7}\nu_0 \qquad (13) \\ \Rightarrow \nu_G &= (1 - 9 \cdot 10^{-7})\nu_0 \qquad (14) \end{aligned}$$

Die Energie des Photons bei Emission auf der Planetenoberfläche ist:

$$E_0 = h\nu_0 + G^* \frac{m_0 M}{R} \qquad (15)$$

wobei G^* die Gravitationskonstante ist, m_0 die der aktuellen Photonenenergie zugeordnete Masse

$$m_0 = \frac{h\nu}{c^2} \qquad (16)$$

und die Gravitationsenergie im unendlichen verschwindet. Wir nehmen an, dass die Raumsonde ein vernachlässigbares Gravitationsfeld des Sternes „spürt“, sodass die Gravitationsenergie als 0 angenommen werden kann. Damit ergibt sich für die Energie des Photons am Detektor:

$$E_1 = h\nu_G \qquad (17)$$

Da die Energieerhaltung gilt, muss

$$\begin{aligned} \Delta E &= 0 \qquad (18) \\ \Leftrightarrow 0 &= h(\nu_0 - \nu_G) + G^* \frac{h\nu_G M}{c^2 R} \qquad (19) \end{aligned}$$

sein. Einsetzen von Gleichungen 13 und 14 ergibt:

$$0 = 9 \cdot 10^{-7}\nu_0 + G^* \frac{hM}{c^2 R}(1 - 9 \cdot 10^{-7})\nu_0 \qquad (20)$$

Auflösen nach M ergibt schließlich

$$M = \frac{9 \cdot 10^{-7} c^2 R}{G^*(1 - 9 \cdot 10^{-7})} = 1{,}09 \cdot 10^{30}\text{kg} \qquad (21)$$

Aufgabe 4

a) Annahme, die nicht ganz klar ist aus der Aufgabenstellung: Die Elektronen wurden vor Eindringen in den Festkörper mit der Spannung U beschleunigt. Daher ist die

Geschwindigkeit der Elektronen vor bzw. nach Eindringen in den Festkörper in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung (elektrische Energie komplett in Kinetische umgewandelt)

$$eU = \frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \tag{22}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \tag{23}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2e(U+U_i)}{m_e}} \tag{24}$$

Aus der Beziehung nach de Broglie folgt für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} \tag{25}$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} \tag{26}$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2m_e e(U+U_i)}} \tag{27}$$

Die Änderung der Wellenlänge ist somit:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{h}{2m_e e}\left(\frac{1}{\sqrt{U}} - \frac{1}{\sqrt{U+U_i}}\right) \\ &= \frac{h}{\sqrt{2m_e e}}\left(\frac{\sqrt{U+U_i} - \sqrt{U}}{\sqrt{U^2+UU_i}}\right) \end{aligned} \tag{28}$$

b) Analog zum Brechungsindex für Photonen gilt:

$$n = \frac{c_1}{c_0} \tag{29}$$

wobei c für die Ausbreitungsgeschwindigkeit steht. Diese wurde bereits in a) bestimmt. Einsetzen liefert:

$$n = \frac{\sqrt{\frac{2e(U+U_i)}{m_e}}}{\sqrt{\frac{2eU}{m_e}}} = \frac{\sqrt{U+U_i}}{\sqrt{U}} = \sqrt{1+\frac{U_i}{U}} \tag{30}$$